

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL ENFOQUE REALISMO MATEMÁGICO PARA LA ENSEÑANZA DE NÚMEROS ENTEROS

*Theoretical foundations of the Realismo MateMágico approach
for teaching integers*

FRANCISCO JAVIER HERNÁNDEZ PATIÑO

Centro de Enseñanza Técnica Industrial, plantel Colomos

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0004-8411-8096>

Correo: javierp@ceti.mx

Enviado: 04/06/2026

Aceptado: 20/07/2026

Publicado: 19/09/2026



Esta obra está bajo una licencia Creative
Commons Atribución-NoComercial Sin-
Derivadas 4.0 Internacional.

RESUMEN

El objetivo de este artículo es fundamentar las bases teóricas del enfoque Realismo MateMágico (RMM) como una alternativa didáctica para la construcción de significado en el dominio de los números enteros y las primeras generalizaciones algebraicas. A través de un análisis conceptual y dialéctico fundamentado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), se examinan las limitaciones estructurales de los modelos analógicos tradicionales y se propone una ingeniería didáctica alternativa. El aporte central de este trabajo es el diseño de un modelo operativo unificado, estructurado en cuatro fases de evolución semiótica: control concreto mediante la manipulación de relaciones de oposición, transición icónica y formulación de representaciones, reestructuración semiótica a través de la validación de relaciones y comparaciones, e institucionalización progresiva mediante la adopción de una sintaxis monocromática convencional.

Este modelo busca superar la contradicción del valor absoluto y ofrecer una interpretación significativa de la estructura multiplicativa mediante operadores de escala e inversión. Finalmente, se concluye que la articulación de la TRRS y la TSD proporciona una fundamentación teórica sólida para sostener que una coordinación y reorganización progresiva de los soportes

semióticos puede constituir una vía pertinente para evitar el vaciamiento de significado en el aula de secundaria, favoreciendo la consolidación de una estructura matemática abstracta y heurística que abre líneas de trabajo para su contrastación empírica.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, conceptos numéricos, álgebra, materiales didácticos, abstracción.

ABSTRACT

The objective of this article is to argue the theoretical foundations of the Realismo MateMágico (RMM) approach as an alternative for meaning-making in integers and early algebraic generalizations. Through a conceptual and dialectical analysis grounded in the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS) and the Theory of Didactical Situations (TSD), the paper examines the structural limitations of traditional analogical models and proposes a didactical engineering framework based on progressive semiotic evolution. The central contribution consists of a unified operational model structured in four phases: concrete control through the manipulation of oppositional relations, iconic transition and representational formulation, semiotic restructuring through the validation of relationships and comparisons, and progressive institutionalization through the adoption of a conventional monochromatic syntax. Rather than introducing mathematical notation as an external authority, the model conceptualizes its emergence as a response to increasing communicative and representational demands. In this way, the approach seeks to overcome the absolute-value contradiction, provide meaningful interpretations of order relations and multiplicative structures, and support the coordination of narrative, graphical, and symbolic registers. The articulation of TRRS and TSD offers a theoretical basis for arguing that the progressive coordination and reorganization of semiotic supports may constitute a relevant pathway for preventing meaning-emptying in secondary school mathematics while fostering the construction of stable and transferable mathematical meanings.

Keywords: mathematics instruction, number concepts, algebra, instructional materials, abstraction.

INTRODUCCIÓN

La transición de la aritmética escolar (primaria) hacia las primeras nociones del álgebra (primero de secundaria) constituye uno de los nodos críticos más complejos. En este tránsito, el aprendizaje de los números enteros se erige como una frontera epistemológica difusa; con frecuencia, el aula de secundaria atestigua cómo los estudiantes experimentan lo que aquí se denomina vaciamiento de significado, pues generalmente se ven obligados a operar con entidades que parecen estar en contra de las reglas intuitivas de la aritmética de los números

naturales. La enseñanza tradicional suele recurrir a la memorización algorítmica y a la mecanización de reglas de signos para mitigar esta ruptura, una práctica que, si bien dota al alumno de una operatividad superficial y efímera, sepulta la comprensión relacional del objeto matemático (Skemp, 1976) y genera obstáculos didácticos (Brousseau, 2007) difíciles de desarraigar en etapas posteriores.

Para dimensionar la complejidad de este fenómeno, conviene revisar brevemente las investigaciones que han estudiado los esquemas cognitivos de los estudiantes al enfrentarse al dominio negativo. La literatura en matemática educativa reporta de manera consistente que las dificultades en este nodo transicional no se deben sólo a fallos procedimentales o falta de práctica, sino fundamentalmente a una incompatibilidad entre estructuras conceptuales previas y las nuevas. Investigaciones de corte evolutivo muestran que los alumnos de primer grado de secundaria tienden a tratar los números enteros bajo un modelo de sustracción implícita: el signo menos indica, de manera unívoca para ellos, una disminución material o una acción de quitar físicamente. Esta inercia cognitiva provoca que la introducción formal del número negativo desestabilice por completo el sentido numérico que el niño consolidó durante la primaria.

Cuando un estudiante ha aprendido el número como una cantidad discreta, una colección de objetos contables o una medida de magnitudes absolutas, la idea de una entidad matemática que se ubique "por debajo" del conjunto vacío resulta naturalmente rechazada por su pensamiento intuitivo. El conflicto se profundiza porque los marcos pedagógicos escolares suelen asumir que la extensión del dominio numérico ocurre de forma espontánea con sólo presentar simétricamente la recta numérica o usar metáforas superficiales. Sin embargo, la transición de los naturales a los enteros representa más bien un quiebre epistemológico profundo: los objetos matemáticos dejan de tener un correlato directo en el conteo perceptivo y se transforman en elementos abstractos regidos por relaciones operativas internas, simetrías estructurales y leyes sintácticas propias.

Ante este panorama, las aproximaciones didácticas más comunes —recta numérica, modelos de deudas y ganancias, modelos de alturas— suelen resultar insuficientes o contradictorias cuando se transita de la estructura aditiva a la multiplicativa.

En la recta numérica se fuerza una geometría unidireccional que solapa la naturaleza bidireccional de los enteros (algo similar ocurre con el modelo de alturas). Los contextos financieros, por su parte, entran en crisis interpretativa ante la multiplicación de dos cantidades negativas.

Esta problemática requiere una mirada alternativa que no se limite a diseñar recursos didácticos aislados, sino que configure una postura epistemológica integral. Es en este espacio donde se fundamenta el enfoque Realismo Matemático (RMM), concebido como una trayectoria de progresión semiótica orientada a la construcción de significado matemático. A través de una trayectoria de

coordinación progresiva entre registros concretos, icónicos y simbólicos, el enfoque propone una reconfiguración de la actividad matemática escolar mediante un sistema semiótico y operativo coherente. En este sistema, la sintaxis no se impone por autoridad docente, sino que emerge progresivamente como una necesidad de regulación interna dentro de un universo contextualizado.

El objetivo de este artículo es fundamentar las bases conceptuales y didácticas de una trayectoria de progresión semiótica orientada a la construcción de significado en los números enteros y las primeras formas de generalización algebraica. Para ello, se analiza el enfoque Realismo Matemático (RMM) como una instancia de diseño didáctico a través de una trayectoria de coordinación progresiva entre registros concretos, icónicos y simbólicos. Para ello, dialogamos críticamente con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS); se plantea como una estrategia para que el estudiante construya herramientas conceptuales que le permitan enfrentar los obstáculos epistemológicos históricos asociados al signo y al cero. Con ello, esperamos aportar a la comunidad de investigadores y formadores de docentes una perspectiva que devuelva al aula el carácter heurístico y evolutivo del pensamiento matemático.

DESARROLLO

Rupturas epistemológicas y limitaciones de los modelos clásicos en la enseñanza de los enteros

El estudio de los números enteros en la matemática educativa demuestra que su aprendizaje no es una simple extensión de la aritmética natural, sino una ruptura conceptual. Siguiendo a Brousseau (2007), la resistencia de los alumnos al aceptar números menores que cero o al operar con signos que poseen doble función (operativa y predicativa) no debe interpretarse como una carencia de conocimiento, sino como la manifestación de obstáculos epistemológicos profundamente arraigados.

En la aritmética de los naturales, el signo menos (-) se concibe unívocamente como operador de detracción, y el cero representa la ausencia de elementos. Al exigir al estudiante que transite hacia un dominio donde el signo denota la naturaleza de un objeto y el cero actúa como un estado de equilibrio relacional, se genera un conflicto cognitivo que la enseñanza tradicional suele intentar resolver mediante la imposición arbitraria de reglas sintácticas.

Gallardo (2002) identifica tres niveles de aceptación necesarios para reconstruir el andamiaje cognitivo del estudiante ante esta ruptura:

- **Nivel de cantidad sorda:** el signo está ligado exclusivamente a la operación de restar.
- **Nivel de número con estatus propio:** la entidad negativa se concibe como un objeto abstracto con existencia matemática autónoma.

- **Nivel operativo:** el alumno ejecuta transformaciones de segundo orden con estas entidades.

La problemática central en secundaria es que los diseños curriculares asumen implícitamente que el estudiante se sitúa en un nivel operativo superior, omitiendo las fases de estabilización semántica previas. Esta desconexión bloquea al alumno ante expresiones donde el minuendo es menor que el sustraendo, forzándolo a memorizar reglas en lugar de construir significado. Los modelos analógicos clásicos, lejos de resolver esto, presentan limitaciones estructurales:

- **La recta numérica:** impone una geometría unidireccional que solapa la naturaleza bidireccional de los enteros, obligando al estudiante a depender de un conteo de "saltos" sin sentido lógico fuera del dibujo.
- **Contextos térmicos:** al ser magnitudes intensivas, su uso para operaciones complejas resulta conceptualmente contradictorio y debe limitarse únicamente a la exploración inicial del orden.

La dificultad metodológica se agudiza al enseñar la relación de orden entre números negativos. Cuando se introduce esta relación mediante la regla de la recta numérica —decretando que es mayor el número ubicado a la derecha—, se exige al alumno un "acto de fe": subordinar su percepción natural de la magnitud a una directriz geométrica artificial. El alumno razona, con lógica intuitiva que, si 15 unidades representan una magnitud mayor que 3, la negatividad asociada a 15 debería heredar proporcionalmente esa magnitud. Al no existir un andamiaje que explique por qué la acumulación de entidades negativas invierte el criterio de superioridad, el estudiante experimenta un desajuste conceptual profundo.

En consecuencia, el alumno reduce el aprendizaje a una regla nemotécnica espacial. Esto oculta el verdadero obstáculo epistemológico: el estudiante aprende dónde ubicar el número, pero no qué significa el orden en términos de equilibrio relacional. La dominancia del valor absoluto actúa, así como un lastre cognitivo, desencadenando errores sistemáticos en las estructuras aditiva y multiplicativa. Asimismo, el cero se presenta de forma dual e incongruente, impidiendo su asimilación como un punto de neutralización recíproca.

Finalmente, los modelos de deudas y ganancias, aunque cercanos a la vida cotidiana, colapsan al introducir la estructura multiplicativa. Ante la imposibilidad de interpretar conceptualmente la multiplicación de dos números negativos en este contexto, el docente suele recurrir al dogmatismo de la "regla de los signos", fragmentando el aprendizaje y evidenciando la necesidad de un enfoque que unifique ambas estructuras mediante una racionalidad operativa interna.

La arquitectura del enfoque Realismo MateMágico (RMM) como respuesta epistémica

Ante las fracturas semánticas de los modelos analógicos tradicionales, es

necesario estructurar una alternativa que no opere como un simple recurso lúdico aislado, sino como un enfoque didáctico integral.

El enfoque Realismo MateMágico (RMM) se propone como una instancia de diseño didáctico orientada a favorecer la construcción de significado mediante una progresión semiótica cuidadosamente estructurada. Su finalidad es articular la comprensión de la relación de orden y de las estructuras aditiva y multiplicativa de los números enteros a través de procesos de coordinación progresiva entre distintos registros de representación.

La denominación Realismo MateMágico se inspira en la tradición literaria del realismo mágico latinoamericano. En este género, acontecimientos que resultarían extraordinarios o imposibles desde la lógica cotidiana son aceptados como hechos naturales dentro de un universo narrativo regido por sus propias leyes de coherencia interna. De manera análoga, el enfoque RMM propone entornos narrativos donde ciertas relaciones matemáticas que suelen percibirse como arbitrarias o contraintuitivas —particularmente en el dominio de los números enteros y sus estructuras multiplicativas— adquieren significado al integrarse en sistemas de reglas que los estudiantes pueden experimentar, validar y comprender. Así, la narrativa no pretende sustituir el rigor matemático, sino crear las condiciones para que estructuras abstractas que inicialmente parecen ajenas a la experiencia cotidiana se vuelvan progresivamente naturales y comprensibles dentro de un universo semiótico coherente.

Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, el aprendizaje de un objeto matemático depende de la capacidad del sujeto para operar dentro de un mismo registro (tratamiento) y para transferir información a otro registro distinto (conversión). El verdadero aprendizaje no consiste en memorizar reglas, sino en coordinar distintos registros de representación y reconocer que todos refieren al mismo objeto matemático. En este sentido, Duval sostiene que "no hay noesis sin semiosis, es decir, sin la utilización de una pluralidad al menos potencial de sistemas semióticos; utilización que implica la coordinación de esos sistemas semióticos por parte del sujeto mismo" (Duval, 2004, p. 46). Esta afirmación resulta especialmente relevante para el enfoque RMM, cuya progresión didáctica se fundamenta precisamente en la coordinación gradual entre registros concretos, icónicos y simbólicos.

Es importante aclarar que, aunque el modelo mantiene un isomorfismo estricto con los números enteros, la narrativa empleada es contingente. El docente puede adaptar los nombres y metáforas de los dispositivos a su contexto, siempre que se preserven las funciones matemáticas esenciales.

Esta contingencia narrativa posee una función didáctica adicional. Conforme avanza la progresión semiótica propuesta por el enfoque, los estudiantes no sólo interpretan narrativas preexistentes, sino que son invitados a producir y transformar sus propios contextos de representación. Desde

esta perspectiva, la creación de narrativas originales constituye un mecanismo de validación conceptual mediante el cual el alumno evidencia que ha identificado las relaciones matemáticas invariantes más allá de cualquier escenario particular.

La regulación de la actividad se articula a través de las siguientes dimensiones fundamentales:

- **Manipulación concreta:** el punto de partida perceptivo.
- **Estatuto de bando u oposición:** que sustituye temporalmente la noción abstracta de signo.
- **Resignificación relacional de la relación de orden:** para superar la dominancia del valor absoluto.
- **Establecimiento de metáforas estructurales para la multiplicación:** mediante operadores de escala e inversión.

En primer lugar, este enfoque aborda el conflicto cognitivo del orden en los números negativos mediante una resignificación relacional de la comparación.

No se obliga al estudiante a subordinar su intuición del valor absoluto a una regla abstracta de distancia al cero en la recta numérica. En cambio, el RMM dota de sentido a la jerarquía de las cantidades negativas mediante un criterio relacional de confrontación: un estado se considera superior a otro cuando, al comparar ambos dentro del sistema de oposición, la diferencia resultante favorece al bando de referencia.

Así, la relación de orden ya no es un decreto sintáctico ciego. El alumno comprende por qué, por ejemplo, $(-3) > (-15)$: una situación representada por (-3) resulta más favorable que una situación representada por (-15) dentro del sistema de significados construido. La jerarquía entre ambas cantidades emerge de la comparación de estados relacionales y no de la mera aplicación de una regla formal. De este modo, el orden de los números enteros adquiere significado como una relación entre estados y no únicamente como una disposición convencional de símbolos.

La construcción del orden no se limita a reconocer cantidades con signo, sino que exige establecer comparaciones entre configuraciones posibles del sistema. Para ello, los estudiantes necesitan desarrollar recursos que les permitan expresar cuándo una situación resulta más favorable, menos desfavorable o más próxima al equilibrio que otra. Desde esta perspectiva, la comprensión del orden implica la emergencia de operadores relacionales que no describen cantidades aisladas, sino relaciones entre estados. Estos operadores constituyen un puente conceptual entre la interpretación contextual de las situaciones y la formalización posterior de las relaciones de orden en el conjunto de los números enteros.

De esta manera, el comportamiento de las entidades matemáticas se interpreta bajo una lógica respetuosa de los esquemas cognitivos previos del estudiante.

En segundo lugar, este enfoque rechaza la abstracción prematura y la imposición de reglas sin soporte empírico.

En la fase inicial, se privilegia la manipulación de materiales concretos. Esto permite al alumno interactuar con entidades tangibles que poseen características físicas diferenciadas. No se pretende infantilizar el contenido, sino construir una base intuitiva sobre la que se cimentarán las operaciones abstractas.

Aquí, el concepto de "bando" sustituye temporalmente la noción abstracta de signo (+ o -). Los números no se presentan como entidades estáticas, sino como fuerzas o agrupaciones de una misma naturaleza que interactúan bajo reglas de enfrentamiento y neutralización.

Esta manera de conceptualizar permite redefinir el cero no como "la nada", sino como un estado de equilibrio dinámico o tregua entre bandos opuestos. Con ello se busca ofrecer una alternativa teóricamente fundamentada para abordar uno de los obstáculos históricos más complejos señalados por la investigación didáctica.

Finalmente, la extensión hacia la estructura multiplicativa se resuelve mediante la introducción de dispositivos conceptuales de transformación. Estas estructuras dejan de ser simples metáforas narrativas para convertirse en operadores funcionales diferenciados dentro del aula.

El operador de escala (el docente puede nombrarlo según la narrativa elegida) opera directamente sobre la magnitud o valor absoluto de la colección matemática. Cuando el primer factor de una multiplicación es positivo, su función se limita a escalar: incrementa las fuerzas del bando del segundo factor sin alterar su naturaleza.

Por ejemplo, en $(+2) \times (-5)$, el factor $(+2)$ no se interpreta como "sumar dos veces una deuda", sino como la instrucción de introducir el bando de cinco elementos negativos con un factor de escala 2. El resultado es la ampliación del bando original, consolidando un estado final de diez elementos en contra (-10) . La regla se valida por inspección directa de las fuerzas transformadas.

El operador de inversión (o el dispositivo narrativo que el docente prefiera) resuelve el caso crítico. Cuando el primer factor de la multiplicación es negativo, su signo actúa como un inversor semiótico. Su activación no responde a un decreto dogmático, sino a las leyes operativas del entorno. Este operador transmuta la naturaleza del bando que se introduce en él, alterando su polaridad de forma instantánea. El resultado final emerge ante el alumno como la consecuencia lógica e inevitable de un sistema operativo unificado.

Con esta arquitectura, el enfoque RMM se configura como una propuesta de unificación del comportamiento de los números enteros bajo una racionalidad operativa interna. Cada regla sintáctica es consecuencia lógica de las interacciones gobernadas por el propio universo contextualizado.

Esta unificación adquiere mayor profundidad al examinarse desde la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. De acuerdo con este marco, la comprensión matemática real no se reduce

a la ejecución mecánica de un algoritmo, sino a la capacidad del sujeto para realizar transformaciones semióticas complejas.

En el enfoque RMM, el diseño de los operadores (tanto el de escala como el de inversión) obliga al estudiante a realizar un trabajo conceptual constante dentro del registro figural y verbal antes de transitar al registro puramente simbólico.

Cuando el alumno verbaliza que un factor negativo actúa como una instrucción de inversión sobre la polaridad de un bando, está otorgando un estatus conceptual al signo que va más allá de una simple etiqueta operativa. El colapso del modelo financiero o de la recta numérica ocurre porque estos no ofrecen un soporte que resista el tratamiento semiótico cuando los factores se vuelven abstractos.

Al dotar a la multiplicación de este significado relacional de segundo orden, el RMM busca favorecer que la conversión entre registros no constituya un quiebre abrupto, sino un proceso de coordinación y reorganización progresiva de los registros de representación. El estudiante retiene el control de la operación porque entiende la naturaleza de los objetos que está transformando.

EL TRÁNSITO DIALÉCTICO HACIA LA SINTAXIS MONOCROMÁTICA A LA LUZ DE LA TSD

La viabilidad de un enfoque didáctico que utiliza modelos contextualizados y materiales tangibles no depende únicamente de la riqueza de su fase manipulativa, sino de su capacidad para favorecer la construcción progresiva de formas cada vez más abstractas de representación. En el enfoque RMM, este proceso no se concibe como un reemplazo abrupto de unos registros por otros, ni como una secuencia lineal de sustituciones, sino como una trayectoria de coordinación, coexistencia y conversión entre diferentes formas de representación. Desde esta perspectiva, los soportes semióticos se transforman progresivamente sin desaparecer de manera inmediata, permitiendo que el estudiante conserve el significado matemático mientras transita entre registros narrativos, manipulativos, gráficos y simbólicos.

Podemos fundamentar este proceso en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau (2007). En este sentido, resulta especialmente pertinente la afirmación del autor cuando señala que "la acción y luego la formulación, la validación cultural y la institucionalización parecen constituir un orden razonable para la construcción de los saberes" (Brousseau, 2007, p. 29). Con base en ello, el RMM organiza este tránsito mediante cuatro fases de evolución semiótica que articulan progresivamente la manipulación concreta, la formulación de representaciones, la reorganización de significados y la institucionalización de la notación matemática convencional. Estas fases no constituyen etapas aisladas ni sustituciones abruptas entre registros, sino momentos complementarios de coordinación semiótica orientados a preser-

var el significado matemático durante el tránsito hacia formas cada vez más abstractas y universalizables de representación.

FASE DE CONTROL CONCRETO (SITUACIONES DE ACCIÓN)

En esta etapa inicial, la actividad matemática se sustenta en la manipulación física. El color (representación bicromática) tiene un significado inherente de bando u oposición. El éxito operativo y la validación de las primeras interacciones aditivas dependen enteramente de las restricciones del material utilizado en el aula. En esta etapa, la validación se encuentra principalmente en las restricciones materiales del sistema, por lo que el significado matemático emerge de la acción sobre los objetos antes de ser expresado mediante registros gráficos o simbólicos.

TAREA TIPO 1: EL TABLERO DE ENFRENTAMIENTO DE FUERZAS SIMÉTRICAS

- **Consigna:** "En el tablero de operaciones se presenta una incursión de fuerzas encontradas. Se colocan 8 fichas de color morado en la sección superior (bando del Norte) y 12 fichas de color café en la sección inferior (bando del Sur). Las reglas del universo dictan que una ficha de un bando neutraliza recíprocamente a una ficha del bando opuesto al entrar en contacto directo, saliendo ambas del tablero. Determina el estado final del campo de batalla tras aplicar las leyes de neutralización."
- **Análisis didáctico:** en esta situación de acción, el estudiante interactúa perceptivamente con las restricciones físicas del material. No hay operaciones abstractas escritas con lápiz y papel. La validación del resultado (4 fichas cafés del Sur) se produce por la acción material de emparejar fichas de colores distintos y retirarlas del espacio físico. El cero emerge aquí como la tregua total o el tablero vacío tras un enfrentamiento equilibrado, lo que le otorga un significado dinámico y relacional.

FASE DE TRANSICIÓN ICÓNICA Y ANTICIPACIÓN (SITUACIONES DE FORMULACIÓN)

Aquí se restringe deliberadamente el acceso al material concreto. Se plantea a los estudiantes la necesidad de resolver situaciones mediante representaciones gráficas o icónicas en papel, lo que les obliga a formular estrategias de anticipación. En un primer momento, las propiedades anteriormente representadas mediante fichas físicas se trasladan al papel conservando el uso del color como indicador de naturaleza u oposición. De este modo, la representación gráfica funciona como una extensión del registro manipulativo y permite registrar, comunicar y conservar estados sin recurrir directamente al material concreto.

Desde la perspectiva de la TRRS, este proceso constituye una conversión entre registros de representación. Como señala Duval, "la conversión es, al contrario, una transformación que hace pasar de un registro a otro; requiere pues su coordinación por parte del sujeto que la efectúa" (2004, p. 47). Esta

coordinación resulta fundamental para que el estudiante reconozca que las distintas representaciones remiten al mismo objeto matemático.

Esta necesidad de exteriorizar y comunicar procedimientos coincide con lo planteado por Brousseau, quien afirma que "para ganar no alcanza con que un alumno conozca cómo ganar, también debe poder comunicar a sus compañeros la estrategia que propone" (2007, p. 22). En consecuencia, la fase de formulación no se limita a resolver una situación, sino que exige la construcción de un lenguaje que permita compartir, registrar y anticipar estrategias. A medida que las situaciones se complejizan, surge la necesidad de construir convenciones cada vez más económicas y comunicables, preparando progresivamente el tránsito hacia formas simbólicas más abstractas.

TAREA TIPO 2: EL REGISTRO ESCRITO DE LOS ENFRENTAMIENTOS

- **Consigna:** "Las fichas no pueden transportarse fuera del tablero. Sin embargo, es necesario enviar un informe que permita reconstruir posteriormente lo ocurrido durante un enfrentamiento. Diseña una forma de representar en papel las fuerzas de ambos bandos y determina qué fuerzas permanecerán después de aplicar las reglas de neutralización. Debes conservar la información necesaria para que otra persona pueda comprender el resultado sin observar directamente el tablero."
- **Análisis didáctico:** esta tarea configura una situación de formulación porque obliga al estudiante a exteriorizar y comunicar procedimientos que previamente podía resolver mediante manipulación directa. La representación en papel conserva inicialmente el uso del color como indicador de naturaleza, permitiendo trasladar al registro gráfico los significados construidos en el registro manipulativo. La validación ya no depende exclusivamente de la acción física sobre las fichas, sino de la capacidad de la representación para comunicar y anticipar correctamente los resultados del sistema. Desde la perspectiva de la TRRS, se produce una primera conversión entre el registro manipulativo y el registro gráfico, conservando los significados asociados a la oposición entre cantidades.

FASE DE REESTRUCTURACIÓN SEMIÓTICA Y VALIDACIÓN (SITUACIONES DE VALIDACIÓN)

En esta fase, las representaciones construidas previamente dejan de ser suficientes para responder nuevas preguntas surgidas dentro del sistema. Una vez que los estudiantes pueden registrar, comunicar y conservar estados mediante representaciones gráficas, emerge la necesidad de compararlos, establecer relaciones entre ellos y justificar por qué uno puede considerarse más favorable que otro dentro de un mismo marco de referencia. Aunque las situaciones concretas que originan esta necesidad pueden variar según la narrativa utilizada, la función didáctica permanece constante: generar la necesidad de establecer relaciones entre estados previamente representados.

Esta exigencia provoca una reorganización progresiva de los significados construidos en etapas anteriores. Los estudiantes desarrollan operadores relacionales, convenciones y estrategias de comparación que les permiten coordinar distintas representaciones sin perder el significado asociado a cada una de ellas. Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, el foco deja de situarse exclusivamente en la conversión entre registros para trasladarse a la coordinación y articulación de múltiples formas de representación de un mismo objeto matemático.

La validación adquiere aquí un papel central. Ya no basta con representar correctamente una situación; es necesario justificar relaciones, defender comparaciones y argumentar decisiones dentro del sistema construido. Este proceso favorece la aparición de formas cada vez más estables de organización semiótica y prepara las condiciones para la posterior institucionalización de la notación matemática convencional.

TAREA TIPO 3: COMPARACIÓN DE ESTADOS MEDIANTE OPERADORES RELACIONALES

- **Consigna:** se presentan dos estados representados mediante las convenciones construidas previamente. Determina cuál de ellos resulta más favorable dentro del sistema y justifica tu decisión. Tu argumento debe explicar por qué uno de los estados debe considerarse superior al otro, utilizando únicamente las reglas y significados construidos hasta el momento.
- **Análisis didáctico:** esta tarea configura una situación de validación porque obliga al estudiante a defender la validez de una comparación y no únicamente a describir o representar una situación. La necesidad de establecer jerarquías entre estados genera la aparición de operadores relacionales que permiten expresar comparaciones de manera cada vez más económica y sistemática. La validación ya no depende del material manipulativo ni de la simple traducción entre registros, sino de la capacidad para justificar relaciones dentro del sistema de significados construido. En este sentido, la comparación se convierte en un mecanismo de reorganización semiótica que prepara el tránsito hacia formas más abstractas y convencionales de representación matemática.

En esta fase, no basta con que el estudiante represente, compare o valide relaciones dentro del sistema construido. También debe convertirse progresivamente en creador de sus propios marcos narrativos de significación. Con la guía del docente, los alumnos son alentados a proponer contextos, personajes, fuerzas, operadores y reglas coherentes con la estructura matemática subyacente, utilizando elementos procedentes de sus propios universos simbólicos.

Esta co-creación no constituye un adorno estético, sino un mecanismo de transferencia conceptual. Al construir y reorganizar sus propias narrativas, los estudiantes ponen a prueba la estabilidad de los significados matemáticos

desarrollados durante la intervención y demuestran que las relaciones construidas pueden conservarse más allá de una instancia narrativa específica. En este sentido, la emancipación semiótica no es un fenómeno que ocurre pasivamente, sino un proceso que el propio estudiante construye al convertirse en autor y reorganizador de sus sistemas de representación.

FASE DE SINTAXIS MONOCROMÁTICA E INSTITUCIONALIZACIÓN (SITUACIONES DE INSTITUCIONALIZACIÓN)

En esta fase, las convenciones construidas previamente comienzan a mostrar limitaciones para garantizar una comunicación eficiente y universal entre distintos usuarios del sistema. Surge entonces la necesidad de adoptar formas de representación más económicas, estables y compartidas, capaces de preservar los significados construidos durante las etapas anteriores sin depender de códigos particulares asociados a una narrativa específica.

Esta reorganización conduce progresivamente a la adopción de la sintaxis matemática convencional. Los signos, operadores y reglas de notación dejan de presentarse como imposiciones externas y se introducen como respuestas a necesidades comunicativas surgidas dentro del propio proceso de construcción. El uso del color y de otras referencias contextuales se vuelve progresivamente prescindible, pues los significados previamente construidos pueden ahora expresarse mediante un sistema simbólico de carácter general. La adopción de la sintaxis convencional no supone la eliminación inmediata de las representaciones previas. Durante esta etapa, los distintos sistemas de representación coexisten y se coordinan, permitiendo que los estudiantes establezcan correspondencias entre las convenciones narrativas construidas previamente y la notación matemática institucionalizada.

Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, esta transición no implica el abandono de los significados anteriores, sino su reorganización dentro de un registro más económico y universal. La comprensión se manifiesta cuando el estudiante reconoce que expresiones aparentemente distintas representan las mismas relaciones matemáticas y puede coordinar diferentes sistemas de representación sin pérdida de significado.

Desde la perspectiva de la Teoría de Situaciones Didácticas, esta etapa corresponde al proceso de institucionalización, en el cual el docente recupera las regularidades identificadas y validadas por los estudiantes para vincularlas con las formas culturalmente establecidas del conocimiento matemático. De este modo, la notación convencional no sustituye los significados construidos previamente, sino que los reorganiza y formaliza dentro de un sistema de representación compartido.

TAREA TIPO 4: UNIVERSALIZACIÓN DE LA REPRESENTACIÓN

- **Consigna:** "Expresa y justifica diferentes relaciones matemáticas utilizando exclusivamente la notación convencional. Entre ellas, determina

cuál de las siguientes cantidades representa un estado más favorable: (-2) o (-10000); interpreta expresiones como $(-5)+(+3)$ y explica el significado de la expresión $(-3)\times(-4)$. En todos los casos, debes argumentar por qué la notación utilizada permite comunicar las relaciones involucradas sin depender de códigos particulares asociados a una narrativa específica."

- **Análisis didáctico:** esta tarea se sitúa en la fase de institucionalización porque exige al estudiante operar dentro del registro simbólico convencional y justificar sus conclusiones mediante relaciones previamente construidas y validadas. La notación formal ya no funciona como una regla arbitraria, sino como una representación capaz de condensar y comunicar de manera eficiente significados desarrollados a lo largo de las fases anteriores. Las comparaciones, operaciones y relaciones expresadas mediante signos convencionales conservan el significado construido previamente en los registros narrativos, manipulativos y gráficos, aunque ahora pueden comunicarse mediante un sistema de representación universalmente compartido.

¿La institucionalización se consolida cuando el docente recupera estas regularidades identificadas por los estudiantes y las vincula explícitamente con las convenciones matemáticas culturalmente aceptadas. De esta manera, la abstracción final conserva un anclaje conceptual en las experiencias previas de los estudiantes y evita que la sintaxis matemática se reduzca a un conjunto de procedimientos memorísticos desprovistos de significado.

En este diseño argumentativo, la regla sintáctica final no se impone desde fuera. Constituye la formalización de regularidades matemáticas que el alumno ha construido, coordinado y validado progresivamente a lo largo del proceso didáctico.

La progresiva universalización de la representación conduce a una reorganización de los recursos semióticos construidos en las fases anteriores. El código bicromático y las convenciones narrativas dejan de ser indispensables como medios de comunicación, aunque sus significados continúan presentes durante la coordinación con la notación convencional. Este tránsito exige que el estudiante establezca correspondencias entre distintos sistemas de representación, conservando el significado matemático a través de registros cada vez más económicos y universalizables. En ello radica uno de los núcleos fundamentales de la institucionalización del conocimiento.

La transición hacia la sintaxis monocromática estándar no implica el abandono inmediato de las narrativas ni de las convenciones construidas previamente. Por el contrario, los estudiantes establecen correspondencias entre los distintos sistemas de representación, conservando los significados desarrollados durante las fases anteriores mientras incorporan formas de expresión cada vez más económicas y universalizables. De este modo, la institucionalización no constituye una ruptura dogmática ni un retroceso hacia la operatividad superficial, sino una reorganización progresiva de los

significados matemáticos dentro de un sistema simbólico compartido. Por el contrario, la reorganización progresiva de los soportes semióticos opera como una forma de emancipación intelectual. A medida que los estudiantes coordinan diferentes sistemas de representación, desarrollan la capacidad de validar relaciones matemáticas más allá de los recursos concretos que originalmente les dieron significado. La comprensión ya no depende exclusivamente de la manipulación física o del uso del color, sino de la capacidad para conservar y movilizar los significados construidos a través de distintos registros de representación.

La emancipación semiótica construida a lo largo del proceso didáctico constituye un mecanismo relevante para proteger el aprendizaje contra el vaciamiento de significado que frecuentemente acompaña la enseñanza tradicional de los números enteros. Cuando el estudiante comprende que las relaciones, comparaciones y operaciones responden a estructuras matemáticas dotadas de significado, la sintaxis convencional deja de percibirse como un conjunto de reglas arbitrarias que deben memorizarse instrumentalmente y pasa a funcionar como una herramienta de representación y comunicación de ideas previamente construidas y validadas.

La coordinación progresiva entre distintos sistemas de representación favorece la consolidación de estructuras matemáticas cada vez más abstractas y estables. A medida que los estudiantes establecen correspondencias entre registros narrativos, gráficos y simbólicos, logran preservar el significado de los números enteros más allá de los soportes concretos que inicialmente facilitaron su construcción. De este modo, el sentido numérico permanece disponible aun cuando desaparecen los referentes perceptivos directos que le dieron origen.

Al asegurar que la validación se apoye progresivamente en la racionalidad interna del sistema construido y validado por los propios estudiantes a lo largo de las distintas fases del proceso didáctico, el enfoque RMM contribuye a restituir al aprendizaje de los números enteros su carácter evolutivo, reflexivo y dialéctico. De este modo, las reglas matemáticas dejan de percibirse como imposiciones externas y pasan a comprenderse como regularidades coherentes que emergen de una construcción progresiva de significados.

Más allá de su arquitectura teórica, la viabilidad de un enfoque didáctico reside en su capacidad de adaptación sin perder la coherencia semiótica. Si bien el RMM se fundamenta en un isomorfismo estricto con las estructuras y relaciones propias del conjunto de los números enteros, su aplicación en el aula exige una mediación narrativa que conecte con los universos simbólicos de los estudiantes. Esta mediación puede adoptar formas muy diversas sin alterar la organización matemática subyacente, siempre que conserve las relaciones fundamentales que dan sentido a las representaciones, comparaciones y operaciones construidas durante el proceso didáctico.

A continuación, se presentan tres instancias de diseño didáctico que ilustran cómo una misma estructura matemática puede articularse mediante

diferentes tramas narrativas, demostrando que la solidez del enfoque no depende de una metáfora particular, sino de la preservación de las relaciones matemáticas y semióticas que sustentan la construcción progresiva del concepto de número entero.

INSTANCIACIÓN DIDÁCTICA: FLEXIBILIDAD NARRATIVA Y TRANSFERENCIA CONCEPTUAL

La potencia del enfoque RMM reside en su capacidad para organizar una trayectoria de progresión semiótica que trasciende cualquier escenario narrativo particular. Su arquitectura operativa proporciona los mecanismos necesarios para preservar la coherencia matemática durante las transiciones entre registros, permitiendo que distintos universos narrativos funcionen como mediadores temporales en la construcción de significado. En este marco, la narrativa no constituye un fin en sí misma, sino un recurso de control semiótico orientado a favorecer el tránsito desde la acción y la representación contextualizada hacia formas progresivamente más abstractas de pensamiento matemático. Su diseño se fundamenta en el isomorfismo de operadores (escala e inversión), lo que permite que la estructura matemática de los enteros se manifieste a través de diversos universos semióticos sin perder su coherencia lógica.

A continuación, se describen tres instancias de diseño didáctico que ilustran cómo este sistema operativo se adapta a distintas lógicas contextuales.

A. INSTANCIA DE CORTE ÉPICO (LA GRAN GUERRA FANTASMA DE ALAMOC)

En esta narrativa, la identidad de bandos distingue entre los Buques de Alamoc y los Buques Fantasma. El criterio de orden se define mediante la capacidad de 'Humanizar': se dice que A 'Humaniza' a B cuando, tras una confrontación—real o hipotética— de cada uno contra una fuerza opuesta, el despliegue resultante deja una mayor presencia de buques de Alamoc en A que en B, estableciendo así una jerarquía basada en el potencial de predominio de la flota de Alamoc. La dinámica multiplicativa se formaliza mediante dos armas: el Propulsor (operador de escala) y el Inversor (operador de segundo orden), que transmuta la naturaleza de la flota, formalizando así la ley de los signos a través de una transformación operativa.

B. INSTANCIA DE LOS JUEGOS ANDINOS: LA LÓGICA DEL FLUJO Y LA RECIPROCIDAD

Esta narrativa toma como base la cosmovisión andina, donde el pasado es visible frente al sujeto y el futuro se despliega detrás. Esta estructura permite al docente reflexionar sobre el sesgo eurocéntrico de la enseñanza tradicional, reconociendo que la asociación lineal de la derecha con lo que prevalece y la izquierda con lo que retrocede no es una propiedad intrínseca, sino una convención cultural que el RMM busca desnaturalizar. No obstante, para facilitar la transición hacia la notación matemática universal, se adopta

operativamente dicha convención al situar a la derecha las posiciones que avanzan y a la izquierda aquellas que retroceden, integrando así el formalismo estándar sin renunciar a la intención crítica de la propuesta.

Aquí, la identidad de bandos se define mediante una competencia entre dos equipos: las "Liebres" (ubicadas en la sección derecha) y las "Tortugas" (ubicadas en la sección izquierda). La ley de descalificación es el mecanismo que sostiene la dinámica:

“Si un jugador de un bando está a la misma distancia del centro que uno del bando contrario, ambos quedan descalificados. Si un jugador posee una distancia mayor, descalifica a su oponente, conservando su posición tras retroceder o avanzar la distancia equivalente a la del rival.”

Bajo este mecanismo, el criterio de orden se construye bajo la lógica de "Gana": se dice que A "Gana" a B si, al concluir las descalificaciones respectivas, el despliegue operativo permite que solo permanezcan jugadores "Liebre. La dinámica multiplicativa se articula mediante dispositivos aleatorios: las pelotas "Liebre" aumentan el número de integrantes de un equipo, mientras que las pelotas "Tortuga" no sólo multiplican a los jugadores, sino que los obligan a cambiar de bando, forzando una inversión en la naturaleza del flujo.

C. INSTANCIA DE "CRÓNICA DE UNA VENTAJA ANUNCIADA": LA LÓGICA DE LA COMPETENCIA DEPORTIVA

Esta narrativa sitúa la competencia en un escenario de marcadores deportivos, donde la identidad de bandos se define entre el equipo "Perros" y el equipo "Gatos". La ley de neutralización es el principio rector de esta dinámica: si ambos equipos acumulan la misma cantidad de puntos, éstos desaparecen por completo, reiniciando el conteo desde el origen. En caso de presentar cantidades distintas, los puntos se anulan uno a uno de forma recíproca hasta que un equipo llega a cero, dejando al otro con un remanente de puntos. Bajo este esquema, el criterio de orden se construye bajo la lógica de 'Ventaja': se dice que un equipo A 'Ventaja a' un equipo B si, tras enfrentar a cada equipo con su respectivo rival y realizar todas las neutralizaciones resultantes, el balance final posiciona al equipo A con una mayor acumulación de puntos a favor de los 'Perros' que la que ostenta el equipo B. La dinámica multiplicativa se articula mediante el Tiro Libre, donde la distancia determina un factor de escala que intensifica el puntaje, y el Autopunto, que actúa como un inversor: si un equipo anota en su propia portería, los puntos obtenidos se transfieren automáticamente al bando contrario, forzando una inversión inmediata en la naturaleza de su flujo.

Consideración sobre la adaptación narrativa

Las instancias presentadas ilustran la flexibilidad del enfoque RMM para adaptarse a diferentes universos narrativos. Sin embargo, la selección, adaptación o creación de nuevas narrativas requiere considerar tanto la preservación de

las relaciones matemáticas fundamentales como las características cognitivas de los estudiantes a quienes van dirigidas. Algunas narrativas pueden introducir elementos culturales, simbólicos o contextuales que, si bien enriquecen la experiencia de aprendizaje, también pueden incrementar la complejidad interpretativa de determinadas situaciones. Por ello, el diseño de las instancias narrativas debe procurar un equilibrio entre riqueza contextual, accesibilidad cognitiva y coherencia matemática, de manera que la narrativa funcione como mediadora de significado y no como una fuente adicional de dificultad.

El mapa de situación: la transición hacia la recta numérica

Independientemente de la narrativa implementada, el docente puede decidir, en el momento que considere estratégicamente oportuno, incorporar el "Mapa de Situación". Esta herramienta consiste en trasladar los registros de la dinámica (ya sean puntos, fuerzas o avances) a una recta numérica, una línea graduada donde cada valor adquiere una posición fija. Este despliegue visual permite al estudiante observar la relación de continuidad entre los elementos y los resultados. La transición hacia esta representación no responde a una necesidad de orden impuesta por la complejidad del juego, sino a la intención deliberada del docente de dotar al estudiante de una herramienta de análisis que convierte las reglas intuitivas de la narrativa en una estructura formal y universal. Así, la recta numérica se presenta no como un elemento externo, sino como el lenguaje común que permite confirmar, de manera precisa y objetiva, cualquier resultado obtenido dentro de la lógica del sistema.

La génesis del conocimiento: la narrativa como motor de la necesidad

El diseño didáctico de estas instancias parte de una premisa ineludible: en el marco del enfoque RMM, la formalización matemática se concibe como un proceso que emerge de la experiencia y de la necesidad de organizar las regularidades identificadas por los estudiantes. Por tanto, cualquier concepto, definición o regla operativa —como la ley de los signos— debe emerger de manera natural y necesaria dentro del cuerpo de la narrativa. La regla no se presenta como un mandato arbitrario, sino como una solución ingeniosa ante una problemática específica que los personajes enfrentan: desde la necesidad de gestionar equipos bajo condiciones adversas, hasta la urgencia de optimizar la operatividad en situaciones de alta presión estratégica.

El objetivo es que el estudiante —al identificarse con la premisa del juego— perciba la regla matemática no como un dogma, sino como un descubrimiento lógico. La narrativa funciona, así como el vehículo que otorga sentido a la abstracción; cuando el personaje necesita resolver una contradicción, organizar una ventaja o invertir un flujo, la matemática surge como una herramienta privilegiada para conferir coherencia a la situación y orientar la resolución exitosa del encuentro. En este modelo, el aprendizaje es un ejercicio de resolución de problemas donde la estructura del pensamiento matemático es, a fin de cuentas, la respuesta a una pregunta que el propio alumno ha hecho suya a través de la narración.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Para cerrar, conviene enfatizar que el Realismo MateMágico no se reduce a la narrativa de los bandos ni a los operadores específicos que hemos ejemplificado. La fuerza del enfoque está en su naturaleza como modelo didáctico versátil y transferible.

El núcleo del RMM reside en una trayectoria de progresión semiótica que organiza la construcción de significado mediante la coordinación progresiva de distintos sistemas de representación. Esta trayectoria articula la manipulación concreta, la formulación de representaciones, la validación de relaciones y comparaciones, y la institucionalización de formas simbólicas convencionales, preservando la coherencia conceptual durante el proceso de abstracción. Los operadores de escala e inversión, junto con los operadores relacionales que emergen de la comparación entre estados y las distintas instancias narrativas que los contextualizan, constituyen recursos de mediación diseñados para sostener dicha progresión y favorecer una comprensión integrada de las relaciones de orden, así como de las estructuras aditivas y multiplicativas de los números enteros.

El análisis de las bases conceptuales y didácticas del enfoque RMM permite sostener que la transición de la aritmética al álgebra plantea la necesidad de reconsiderar las formas en que se construye significado alrededor de los objetos matemáticos en el aula.

Si bien los modelos tradicionalmente utilizados para la enseñanza de los números enteros —como la recta numérica, los contextos financieros o las analogías térmicas— han demostrado ser recursos valiosos para introducir determinadas relaciones y significados, diversos trabajos han señalado dificultades cuando se intenta extender dichos esquemas hacia la comprensión integrada de las estructuras multiplicativas. En tales circunstancias, pueden aparecer procesos de fragmentación conceptual o una mayor dependencia de reglas memorizadas. El enfoque RMM se propone como una alternativa complementaria para abordar estas dificultades específicas mediante una arquitectura semiótica orientada a preservar la coherencia entre las relaciones de orden, las operaciones aditivas y las estructuras multiplicativas.

Más que una estrategia lúdica aislada, el enfoque RMM constituye una propuesta de organización de la actividad matemática orientada por una trayectoria de progresión semiótica. Su propósito consiste en favorecer la construcción de significado mediante una trayectoria de progresión semiótica que articula la manipulación concreta, la formulación de representaciones, la validación de relaciones y comparaciones, y la institucionalización progresiva de formas simbólicas convencionales, preservando la coherencia entre la relación de orden y las estructuras aditiva y multiplicativa de los números enteros.

La principal aportación teórica de este enfoque consiste en proponer una trayectoria de progresión semiótica que articula, de manera operativa,

aportes de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) y de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Más que una simple yuxtaposición de referentes teóricos, el modelo busca traducir dicha articulación en una trayectoria didáctica orientada a coordinar progresivamente distintos sistemas de representación, favoreciendo que los estudiantes construyan, validen y reorganicen significados antes de institucionalizarlos mediante formas simbólicas convencionales.

Por un lado, mediante la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS), el RMM promueve la coordinación progresiva de distintos sistemas de representación, favoreciendo la construcción y reorganización de significados a través de procesos de conversión entre registros narrativos, manipulativos, gráficos y simbólicos. En este marco, la resignificación de las relaciones de orden, la comparación entre estados y la introducción de operadores relacionales, de escala e inversión constituyen mecanismos centrales para la construcción de significado matemático.

Por otro lado, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) provee el andamiaje metodológico que permite organizar progresivamente las condiciones de acción, formulación, validación e institucionalización necesarias para la construcción del conocimiento matemático. Desde esta perspectiva, la coordinación y reorganización gradual de los distintos soportes semióticos constituye una hipótesis didáctica orientada a favorecer que los estudiantes construyan significados estables antes de adoptar formas de representación cada vez más convencionales y universalizables. La sintaxis matemática institucionalizada emerge así no como una imposición externa, sino como una necesidad derivada de los propios procesos de comunicación, validación y generalización desarrollados durante la actividad matemática.

Como toda propuesta didáctica apoyada en mediaciones narrativas, el enfoque RMM no está exento de limitaciones potenciales. Una de ellas reside en la posibilidad de que la riqueza simbólica o la complejidad mecánica de ciertas narrativas introduzcan una carga cognitiva excesiva que desplace la atención del estudiante desde las relaciones matemáticas hacia la gestión de las reglas del contexto. En estos casos, la narrativa dejaría de funcionar como mediadora semiótica para convertirse en un obstáculo para la construcción de significado. Por ello, la selección y el diseño de las instancias narrativas deben preservar un equilibrio entre atractivo contextual y transparencia operativa.

Una segunda limitación potencial se relaciona con las exigencias que el enfoque impone al docente. La flexibilidad narrativa que caracteriza al RMM constituye una de sus principales fortalezas, pero también demanda una sólida comprensión de la estructura matemática que se pretende modelar. Una adaptación narrativa que no preserve el isomorfismo entre las acciones del contexto y las propiedades de los números enteros puede generar interpretaciones inconsistentes o introducir obstáculos adicionales. En consecuencia, la

implementación del enfoque requiere procesos de diseño, reflexión y validación didáctica que trascienden la simple incorporación de actividades lúdicas al aula.

Una tercera limitación potencial se relaciona con los procesos de creación y transferencia narrativa promovidos por el propio enfoque. La producción de narrativas originales constituye una evidencia valiosa de apropiación conceptual; sin embargo, la generación de nuevos contextos no garantiza por sí misma la preservación de las relaciones matemáticas fundamentales. Existe el riesgo de que algunos estudiantes construyan relatos que mantengan elementos superficiales de oposición o conflicto, pero que alteren inadvertidamente propiedades estructurales esenciales de los números enteros. En consecuencia, la validación de las narrativas emergentes exige mecanismos explícitos de control de coherencia que permitan verificar la conservación del isomorfismo matemático durante los procesos de resignificación y transferencia.

Finalmente, debe reconocerse que las aportaciones del enfoque RMM se derivan actualmente de una construcción teórica sustentada en la articulación de la TRRS, la TSD y diversos referentes sobre la construcción de significado matemático. Aunque esta fundamentación proporciona coherencia conceptual a la propuesta y permite formular hipótesis didácticas plausibles, la evaluación de su funcionamiento en contextos escolares reales constituye una etapa necesaria de su desarrollo. En este sentido, el presente trabajo representa una fase inicial de formulación y sistematización teórica que deberá complementarse con estudios empíricos orientados a analizar la evolución de los registros semióticos, la estabilidad de las estructuras construidas por los estudiantes y las condiciones de implementación del modelo en el aula.

El carácter propositivo de este diseño abre la necesidad inmediata de su contrastación empírica en escenarios escolares reales. Es necesario trasladar este andamiaje conceptual a escenarios escolares reales vinculados a la enseñanza inicial de los números enteros, para evaluar, mediante metodologías cualitativas y evolutivas (como entrevistas clínicas de origen piagetiano), cómo se despliegan las fases de control y cómo interactúan los estudiantes con las restricciones del material.

Futuros estudios podrían indagar si la noción de bando y los operadores de escala e inversión logran estabilizarse como estructuras de pensamiento internas, o si el alumno experimenta regresiones hacia la dominancia del valor absoluto ante tareas de alta demanda sintáctica. Esta aproximación cualitativa se complementará con un diseño experimental que contemple la aplicación de pretests y postests rigurosamente validados.

El pretest identificará los obstáculos didácticos y epistemológicos iniciales, así como los niveles de aceptación del número negativo descritos por Gallardo (2002). El postest evaluará no solo la eficiencia algorítmica, sino la transferencia y conversión entre registros semióticos (verbal, icónico y simbólico).

El análisis comparativo —grupo experimental con RMM frente a grupo control con instrucción tradicional— proporcionará evidencia empírica

relevante para analizar cómo la coordinación progresiva entre distintos sistemas de representación contribuye a la construcción de significado asociado a los números enteros. Con ello, se busca avanzar en la consolidación de un modelo didáctico replicable y científicamente fundamentado para la transición de la aritmética al álgebra escolar.

REFERENCIAS

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros de representación semiótica y aprendizajes intelectuales* (M. Vega Restrepo, Trad.). Editorial Trillas.
- Gallardo, A. (2002). *The extension of the natural-number domain to the integers: New research ideas*. En *Educational Algebraic Research Group (Ed.)*, Research on algebraic thinking in Mexico (pp. 95–111). Cinvestav.
- Skemp, R. R. (2006). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95.